

# 确定抽油杆疲劳断裂常数的一种实用统计方法

宋 瑜 张效羽

(石油机械系)

**摘要** 针对疲劳裂纹扩展性能的统计性质,提出了一种确定抽油杆疲劳断裂材料常数的实用方法,该方法确定出的常数 $C$ 与寿命率相对应,与其它方法的结论基本一致。对抽油杆疲劳裂纹扩展寿命的分布和常数 $C$ 与 $m$ 之间的关系作了初步验证。

**关键词** 抽油杆;疲劳;断裂

**中图分类号** TE833.2

按常规方法设计出的抽油杆柱,在正常工作应力下是不应该发生强度破坏的,但实际情况并非如此,许多抽油杆柱在正常工作应力下发生断裂失效<sup>[1-3]</sup>。究其原因,绝大多数是因为不可避免的微小缺陷在交变应力作用下发展成裂纹,进而裂纹不断扩展致使杆柱断脱。这促使人们应用断裂力学的思想对抽油杆柱进行疲劳断裂寿命分析计算<sup>[4,5]</sup>。在描述裂纹扩展速率的诸多公式中,Paris 公式

$$\frac{dA}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1)$$

由于形式简单而在许多情况下得到了广泛应用。但我们知道,该式是在大量实验基础上针对标准试件总结出来的半经验公式,固将其用于象抽油杆这类构件时,必须解决两个基本问题:

(1). 这类构件的  $\log(\frac{dA}{dN})$  与  $\log(\Delta K)$  之间是否呈线性(或分段线性)关系? 这是 Paris 公式使用的前提。

(2). 若(1)满足要求,那么这种关系常数  $C$  和  $m$  如何确定? 其值如何?

问题(1)已在文[6]中进行了讨论,证明 Paris 公式用于计算含表面裂纹抽油杆柱是合适的。然而,目前还没有适用于抽油杆柱的材料常数  $C$  和  $m$ ,下面结合文[4]的数据来讨论这

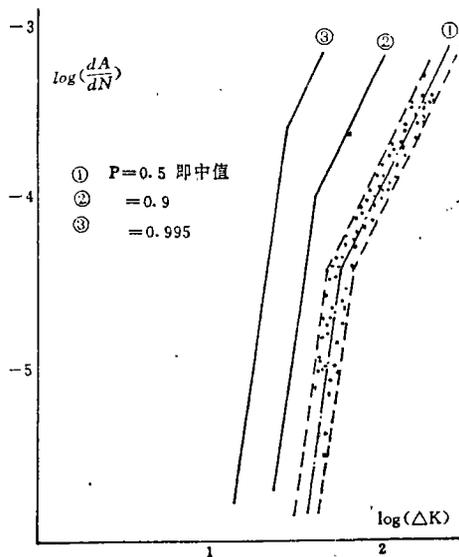


图 1. 试件的点分布

收文日期 1994-05-13 收稿

个问题。

文[4]用D级抽油杆钢的圆柱试件,模仿抽油杆柱的实际工况,对含表面横向裂纹的抽油杆柱进行了相当好的疲劳裂纹扩展实验。在  $\log(\frac{dA}{dN}) \sim \log(\Delta K)$  坐标系下,这10个试件的点分布在图1所示的分散带中。文[4]用分散带的上、下限分别给出了两组材料常数C和m的值。可是,这两组常数在计算构件的疲劳断裂寿命时的物理意义不清楚,无法作为材料常数而用于实际计算。

由图1这样的数据确定一批试件的材料常数C和m,一种方法是直接用  $\log(\frac{dA}{dN})$  和  $\log(\Delta K)$  的数据进行统计处理而得到整体的  $\log(\frac{dA}{dN}) \sim \log(\Delta K)$  关系<sup>[7,8]</sup>。本文认为,还可以先求各试件的  $C_i$  和  $m_i$  值,然后统计推断一批试件的C和m值。

用Paris公式计算时,疲劳裂纹扩展寿命为

$$N = \int_{A_1}^{A_2} \frac{dA}{C(\Delta K)^m} \quad (2)$$

因C和m与A无关,故有

$$\log N = \log \left[ \int_{A_1}^{A_2} \frac{dA}{C(\Delta K)^m} \right] - \log C \quad (3)$$

显然,如果用  $\log C$  的中值对应的C值(记作  $C_{0.5}$ )代入(2)式,求得的疲劳裂纹扩展寿命是中值疲劳裂纹扩展寿命  $N_{0.5}$ ,这是存活率为50%的寿命,即只有50%构件的疲劳裂纹扩展寿命可以达到  $N_{0.5}$ 。

为保证设计出的抽油杆柱具有更高的存活率,必须求出  $\log C$  和p百分位数  $[\log C]_p$ ,用对应的  $C_p$  值确定构件的疲劳裂纹扩展寿命。

图2(a)是  $y = \log N$  的分布示意图,其中值为  $[\log N]_{0.5}$ ,而p下百分位数  $y_p$  对应的寿命值即为具有存活率p的疲劳裂纹扩展寿命  $N_p$ ,图2(b)是  $x = \log C$  分布示意图,其中值为  $\mu = [\log C]_{0.5}$ ,p上百分位数  $x_p$  对应的C值为  $C_p$ ,由数理统计知,  $x_p$  的估计值为

$$\hat{x}_p = \hat{\mu} + u_p \hat{\sigma} = \bar{x} + u_p kS \quad (4)$$

其中

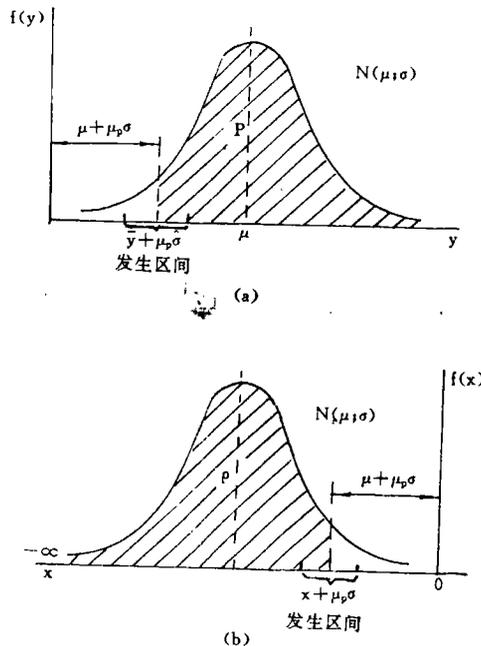


图2.  $y = \log N$  分布示意图

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \tag{5}$$

$$k = \sqrt{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{\Gamma(\frac{n-1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})} \tag{6}$$

S 是子样方差,  $\bar{X}$  是子样均值,  $k$  是将 S 作为  $\hat{\sigma}$  (母体标准差  $\sigma$  的无偏估计量) 的纠偏系数,  $u_p$  是对应 p 值的标准正态偏量。

若估计值  $\hat{x}_p$  的置信度为  $\gamma$ , 则其置信区间为

$$\left| \frac{\hat{X}_p - (\mu + u_p \sigma)}{\hat{x}_p} \right| < \left| \frac{t_r S \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + u_p^2 (k^2 - 1)}}{\bar{X}_p} \right| \tag{7}$$

式中  $t_r$  是 t-分布的  $\gamma$  百分位数。特殊地, 当  $p=0.5$  时有  $u_p=0$ , 估计值  $\hat{x}_p$  便成为均值估计值  $\hat{\mu}$ , 该式便是均值估计量在置信度  $\gamma$  下的置信区间。

进一步, 当给定置信度  $\gamma$  和误差限  $\delta$  时, 一批子样的容量  $n$  是否满足要求可由下式确定

$$\frac{S}{\bar{X}} < \frac{\delta}{t_r \sqrt{\frac{1}{n} + u_p^2 (k^2 - 1)} - \delta u_p k} \tag{8}$$

此处  $\frac{S}{\bar{X}}$  称作子样变异系数。当各参数之间满足该式要求时, 估计量在这些条件下是有效的。特殊地, 当  $p=0.5$  时该式便是估计均值时子样容量  $n$  与  $\frac{S}{\bar{X}}$  之间应满足的关系  $\frac{S}{\bar{X}} < \frac{\delta \sqrt{n}}{t_r}$ , 表 1 为  $n=10$  时部分参数下  $\frac{S}{\bar{X}}$  应满足的条件。

表 1. 不同参数时对子样的要求 ( $n=10$ )

$\gamma$	$\delta$	p(%)	$\frac{S}{\bar{X}} <$
95%	5%	99.9	0.02536
		99.5	0.02952
		97.5	0.03632
		95.	0.04860
		50.	0.06990
95%	10%	99.9	0.04694
		99.5	0.05475
		97.5	0.06769
		95.	0.07643
		50.	0.13980
90%	10%	99.9	0.05597
		99.5	0.06536
		97.5	0.08095
		95.	0.09155
		50.	0.17250

现在利用文[4]的实验数据来确定 D 级抽油杆钢的材料常数 C 和 m。

文[6]已经求出, 当应力强度因子幅值  $\Delta K = F(\frac{A}{D}) \cdot \sqrt{\pi A} \cdot \Delta \sigma$  中 F 的表达式为

$$F(\frac{A}{D}) = 0.255 + 1.56(\frac{A}{D}) + 1.86(\frac{A}{D})^2 - 3.15(\frac{A}{D})^3 + 7.75(\frac{A}{D})^4 \tag{9}$$

时, 子样  $\{C_i, m_i\}$  的参数如表 2 所示, 对照表 1

可知,  $\log C_1$  和  $\log C_2$  在存活率  $p=99.5\%$  时的估计值  $\hat{x}_{0.995}$  均可达到  $\gamma=90\%$ ,  $\delta=10\%$  的要求。这就是说, 在 90% 的置信度下, 用该子样求出的  $\hat{x}_{0.995}$ , 作为真值  $[\log C]_{0.995}$ , 其误差不超过 10%。但是, 若用该子样的估计值  $\hat{x}_{0.995}$  来代替真值  $[\log C]_{0.995}$ , 置信度或误差便达不到这个要求。自然, 该子样也无法在更高置信度或更小误差要求下估计出的  $[\log C]_{0.995}$  的值。对  $p < 99.5\%$  的各估计值  $\hat{x}_p$ , 在这个  $\delta$  和  $\gamma$  要求下均是有效的。

至于  $m_1$  和  $m_2$ , 因只需对其均值进行估计, 从表 1 和表 2 可知, 该子样可以达到在 95% 置信度下使误差不超过 5% 的要求。

这种推断  $X_s$  值的方法是在随机变量  $x$  服从正态分布的条件下进行的。大量实验表明,  $\log N$ ,  $\log C$  和  $m$  均服从正态分布[8], 但对抽油杆这类构件, 尚未见过这些分布进行验证的任何报道。我们知道, 精确检验一个随机变量是否满足一种分布, 所需的子样容量  $n$  是很大的。但在工程上, 当  $n$  不满足大子样 ( $n > 50$ ) 要求时, 常用正态概率纸方法检验一个随机变量是否大致服从正态分布[9]。对本文使用的这个子样, 用正态概率纸方法对  $\log N$  检验的结果如图 3 所示, 这说明可以认为  $\log C$  大致服从正态分布 (因  $\log C$  与  $\log N$  同分布)。

通常情况下  $C$  与  $m$  呈明显的相关性[6,10] 两者的关系有许多种, 其中最常用的是  $\log C$  与  $m$  呈线性关系。对本文使用的子样,  $\log C$  与  $m$  的关系如图 4 所示, 其线性关系是成立的。

从作用上讲, 用不同存活率  $p$  下得到的  $C_p$  值来计算疲劳断裂寿命, 相当于针对疲劳裂纹扩展的统计性质取一定的安全系数,  $p$  越大,  $C_p$  的代数值越大, 对应的  $N_p$  就越小, 意味着越安全, 那么,  $p$  取多大才算合适呢? 文[8]指出, 用概率统计方法评定寿命或计算与寿命有关的常数值, 一般都采用 99.5% 存活率或 97.5% 存活率下的数值作为设计值; 英标准 WEE/37 推荐的对疲劳统计性能取 4 倍安全系数所对应的  $\log \left( \frac{dA}{dN} \right) \sim \log (\Delta K)$  线, 与其给出的 99.5% 线很接近。

文[8]同时指出, 这种方法与我国的部分统计数据是一致的。此外, 如果用分数系数方法[7] (适

表 2. 子样基本参数 ( $n=0$ )

变 量	均 值	变异系数 $\frac{S}{\bar{X}}$
$\log C_1$	-17.4547	0.0590
$\log C_2$	-8.2147	0.0580
$m_1$	7.3504	0.0767
$m_2$	2.1426	0.0962

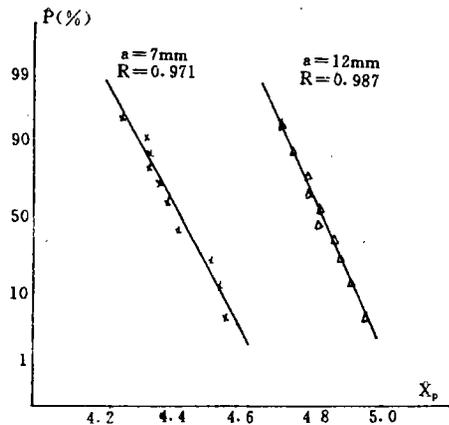


图 3. 正态概率纸方法对  $\log N$  检验的结果。

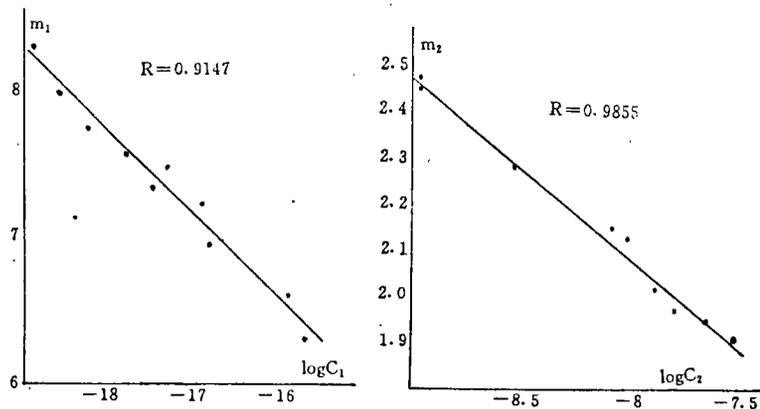


图 4.  $\log C$  与  $m$  的关系图

用于子样容量  $n$  极小的情况), 则一般将由中值疲劳寿命确定出的数值乘以 4~8 倍的安全系数。故本文建议取  $p=99.5\%$  存活率下的  $C$  值作为 D 级抽油杆钢的常数。

表 3 是一个简单的例子, 从中可以看出不同  $p$  值对疲劳裂纹扩展寿命的影响的情况。并能发现, 取  $p=99.5\%$  时的  $C$  值作为 D 级抽油杆钢的常数, 同上述方法基本上是吻合的。

表 3. 不同载荷与  $p$  值时的疲劳裂纹扩展寿命

$\Delta\sigma$ (Kgf/mm <sup>2</sup> )	AO (mm)	Ajd (mm)	Ac (mm)	$p$	寿命 (年)
25.00	0.20	2.31	12.50	0.995	0.97
25.00	0.20	2.80	12.50	0.975	1.53
25.00	0.20	3.41	12.50	0.900	2.33
25.00	0.20	4.81	12.50	0.500	5.99
20.00	0.20	2.92	12.50	0.995	1.42
20.00	0.20	3.43	12.50	0.975	2.19
20.00	0.20	4.20	12.50	0.900	3.63
20.00	0.20	5.77	12.50	0.500	8.63
15.00	0.20	3.85	12.50	0.995	2.35
15.00	0.20	4.53	12.50	0.975	3.79
15.00	0.20	5.37	12.50	0.900	6.10
15.00	0.20	7.18	12.50	0.500	13.25

综上所述, 如果  $F$  ( $\frac{A}{D}$ ) 的表达式为公式

(9) 的形式, 那么取

$$m_1 = 7.3504, \quad C_1 = 5.6053 \times 10^{-15} \text{ kgf} \cdot \text{mm}$$

$$m_2 = 2.1426, \quad C_2 = 1.8514 \times 10^{-7} \text{ kgf} \cdot \text{mm}$$

作为 D 级抽油杆钢的材料常数, 则可在 90% 的置信度下保证有 99.5% 的构件可以达到所确定的疲劳裂纹扩展寿命。

最后有一点需要说明:

这里的  $p$  只是针对疲劳断裂性能方面统计性质而言的, 但影响抽油杆疲劳裂纹扩展寿命的随机因素还很多, 其中最明显的有两类: ①在同一组合段(即直径相同、材质相同的段)抽油杆中, 产生裂纹、不断扩展并最终导致断裂失效的位置, 并不正好位于该段的最大应力处, 这个位置是随机的。对于实际的抽油杆柱, 在杆件断脱之前我们是不知道这个位置的, 而只有同该段的最大应力来进行分析计算, 这相当于向偏安全的方向作了简化。但要在这方面因素作出定量估计是很困难的。这个问题也从一个侧面提醒我们, 单根杆柱(的确有裂纹存在)的疲劳裂纹扩展寿命与抽油杆整体的寿命并不是一回事, 如何将这两者联系在一起, 有待进一步研究。②抽油杆的实际工作状态(主要体现在应力上)是随机的。我们对抽油杆进行疲劳裂纹扩展寿命计算时, 认为构件处在理想的交变应力作用下, 实际上并非如此。这可以用随机载荷谱的方法予以分析<sup>[11]</sup>, 但要用于工程实际, 尚需大量的统计工作。

但无论怎样, 本文从疲劳断裂性能的统计性方面发展, 给出了一种确定抽油杆疲劳裂纹扩展常数  $C$  和  $m$  的较好方法。与安全系数法相比, 该方法将随机变量  $C, m$  的统计特征与疲劳裂纹扩展寿命联系在一起, 确定出的常数与存活率相对应, 有明确的物理意义, 并能同置信度  $\gamma$  和误差限  $\delta$  来度量所确定常数的精度。与直接处理  $\log(\frac{dA}{dN})$  和  $\log(\Delta K)$  数据方法相比, 该方法可以逐个试件地验证  $C_i$  和  $m_i$  的正确性。如果说这里使用的子样尚不能广泛代表 D 级抽油杆钢的材料性能, 如果说该子样的容量不够大, 给出的估计值精度不高, 那么一旦有更好的子样, 则用本文方法可以求出更准确的疲劳裂纹扩展材料常数。

## 参 考 文 献

1. 李景文. 抽油杆缺陷形式综述. 石油机械, 1988, 16(12).
2. 阎琛. 长庆油田抽油杆断脱原因分析. 石油机械, 1988, 16(9).
3. 张玉斌. 抽油杆可靠性的评估. 石油机械, 1990, 18(12).
4. 徐小兵, 袁祥忠. 表面有横向裂纹的抽油杆寿命估算. 石油机械, 1993, 21(5).
5. 路永明等. 抽油杆疲劳与断裂强度的程序设计. 石油矿场机械, 1989, 18(1).
6. 张效羽, 宋瑜. 用 Paris 公式处理含表面裂纹抽油杆疲劳断裂问题的研究. 油田地面工程, 1994, 13(3).
7. 高镇同编著. 疲劳应用统计学. 国防工业出版社, 1986.
8. 吴清可主编. 防断裂设计. 机械工业出版社, 1991.
9. 赵从宝编. 实用材料实验数据处理. 经济管理出版社, 1992.
10. 孟广喆, 王立群. 疲劳裂纹扩展公式  $\frac{dA}{dN} = C(\Delta K)^m$  中 C 与 m 相关性的研究. 天津大学学报, 1989(3).
11. 胡雨人. 抽油杆疲劳断裂研究——寿命预估. 石油学报, 1989, 10(1). (2)

## A Practical Method to determine the Fatigue Cracking Constants of Sucker Rods

Song Yu      Zhang Xiaoyu

(Department of Mechanical Engineering)

### Abstract

In accordance with the statistic characteristics of fatigue cracking, a practical method has been put forward in this paper to determine fatigue cracking constants of sucker rods. The constants deduced from this method are correlative with sucker rod survival probability, hence corresponding to the results from other methods. The distribution law of fatigue cracking lifetime of sucker rods and the correlativity between C and m are also tentatively discussed and tested in this paper.

**Key Words:** Fatigue cracking lifetime; Sucker rods; Statistic inference